

PROGRAM NAME: SAP2000  
REVISION NO.: 0

## 算例 5-005

### 实体单元 – 静载下的矩形板

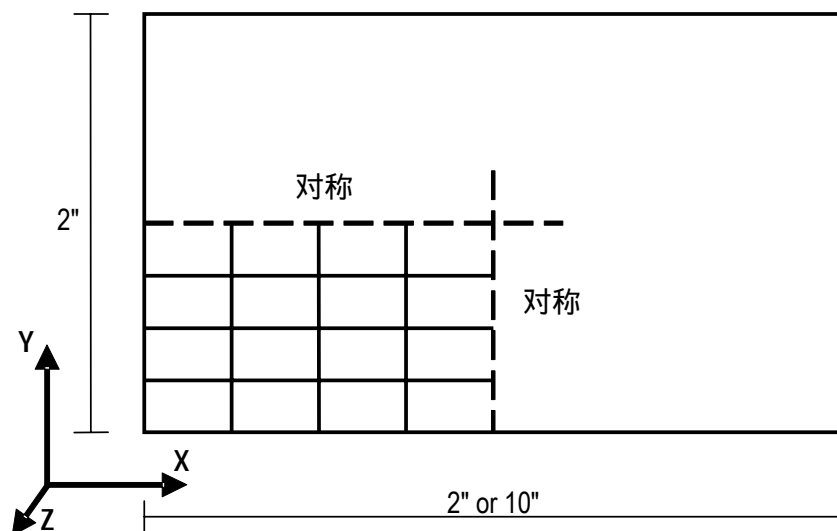
#### 问题描述

本例模型为一个由壳元模拟的矩形板，承受面内（Z 向）均布荷载和面外中心集中荷载。均布荷载和集中荷载工况不同。将板中心荷载方向各工况下的位移与手算结果进行了对比。

MacNeal and Harder 1985 一书给出了模型的几何特性、属性和荷载。该板宽为 2-in.，长为 2-in.和 10-in.。按照 MacNeal and Harder 1985 的建议，只对其四分之一部分进行了建模。将该四分之一板剖分分别为 4x4x1 和 16x16x1 的网格。另外，一个 16x64x1 的剖分形式在宽和长的方向进行了考虑。

大致对称的边界条件被施加给板的内边来抵抗板的平面外弯矩。注意：只对板的四分之一部分建模，所以在板中心的节点只施加了四分之一的集中荷载。

#### 几何特性、属性和荷载



#### 材料属性

$E = 17,472,000 \text{ lb/in}^2$   
 $\nu = 0.3$   
 $G = 6,720,000 \text{ lb/in}^2$

#### 截面属性

厚度 = 0.0001 in

#### 荷载 (独立工况下)

均布荷载 =  $0.0001 \text{ lb/in}^2$   
中心节点荷载 = 0.0004 lb

## 本例模型概要

下表列出了所用的各模型的信息。

模型	整个板的尺寸	模型尺寸	模型剖分	边部支撑
A	2" x 2"	1" x 1"	4 x 4 x 1	简支
B	2" x 2"	1" x 1"	16 x 16	简支
C	2" x 10"	1" x 5"	4 x 4 x 1	简支
D	2" x 10"	1" x 5"	16 x 16 x 1	简支
E	2" x 10"	1" x 5"	16 x 64 x 1	简支
F	2" x 2"	1" x 1"	4 x 4 x 1	固接
G	2" x 2"	1" x 1"	16 x 16	固接
H	2" x 10"	1" x 5"	4 x 4 x 1	固接
I	2" x 10"	1" x 5"	16 x 16 x 1	固接
J	2" x 10"	1" x 5"	16 x 64 x 1	固接

## 所测试的 SAP2000 技术要点：

- 采用实体元的板弯曲分析
- 实体元上施加的分布荷载
- 节点荷载施加

## 结果比较

采用 Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959 一书中第 5 页公式 3、第 20 页表 8、第 143 页公式 147 和表 23、第 202 页表 35 和第 206 页表 37。  
MacNeal and Harder 1985 一书中也给出了手算解。

### 均布荷载 - 2" x 2" 板 - 独立的弯曲模型

边部支撑	模型	剖分	输出参数	SAP2000	手算解	误差
简支	A	4x4x1	$U_z$ , in	1.73E-06	4.06E-06	-57%
	B	16x16x1	Center of plate	4.04E-06		0%
固接	F	4x4x1	$U_z$ , in	0.36E-06	1.26E-06	-71%
	G	16x16x1	Center of plate	1.25E-06		-1%

### 集中荷载 - 2" x 2" 板 - 独立的弯曲模型

边部支撑	模型	剖分	输出参数	SAP2000	手算解	误差
简支	A	4x4x1	$U_z$ , in	4.92E-06	11.60E-06	-58%
	B	16x16x1	Center of plate	11.50E-06		-1%
固接	F	4x4x1	$U_z$ , in	1.61E-06	5.60E-06	-71%
	G	16x16x1	Center of plate	5.51E-06		-2%

PROGRAM NAME: SAP2000  
REVISION NO.: 0

## 均布荷载 - 2" x 10" 板 - 独立的弯曲模型

边部支撑	模型	剖分	输出参数	SAP2000	手算解	误差
简支	C	4x4x1	$U_z$ , in	3.93E-06	12.97E-06	-70%
	D	16x16x1	Center of plate	12.93E-06		0%
	E	16x64x1		12.95E-06		0%
固接	H	4x4x1	$U_z$ , in	0.72E-06	2.60E-06	-72%
	I	16x16x1	Center of plate	2.60E-06		0%
	J	16x64x1		2.59E-06		0%

## 集中荷载 - 2" x 10" 板 - 独立的弯曲模型

边部支撑	模型	剖分	输出参数	SAP2000	手算解	误差
简支	C	4x4x1	$U_z$ , in	2.39E-06	16.95E-06	-86%
	D	16x16x1	Center of plate	15.61E-06		-8%
	E	16x64x1		16.82E-06		-1%
固接	H	4x4x1	$U_z$ , in	0.60E-06	7.25E-06	-92%
	I	16x16x1	Center of plate	6.12E-06		-16%
	J	16x64x1		7.11E-06		-2%

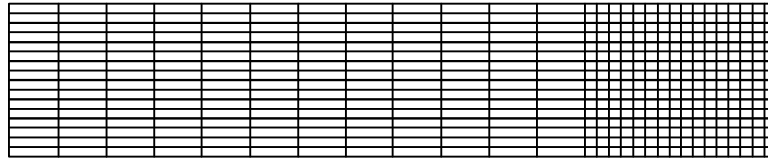
**计算模型文件:** Example 5-005a, Example 5-005b, Example 5-005c,  
Example 5-005d, Example 5-005e, Example 5-005f,  
Example 5-005g, Example 5-005h, Example 5-005i,  
Example 5-005j

## 结论

SAP2000 与手算解的差异是可以接受的。一般而言，进一步剖分模型时，结果间的差异会更小。

一般而言，在应力变化明显（即应力梯度大）的区域，需要将面细分。集中荷载（或任何形式的不连续荷载）附近的区域既是这类区域之一。

例如，如下图所示，2" x 10"板可以被剖分为 16 x 28 x 1，并且获得接近 16 x 64 x 1 均匀剖分一样好的结果。注意 16 x 28 x 1 剖分中在集中荷载的位置进行了更细的划分，集中荷载出现在模型右手边的顶部。



## 手算过程

Using equation 3 on page 5 in Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{1.7472 \times 10^7 \times 0.0001^3}{12(1-0.3^2)}$$

$$D = 0.0000016$$

Case 1: Simply supported, uniform load, 1:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959  
Table 8, page 120

$$\Delta = \frac{\alpha q a^4}{D} = \frac{0.00406 \times 10^{-4} \times 2^4}{0.0000016}$$

$$\Delta = 4.06 \text{ in}$$

Case 2: Simply supported, uniform load, 5:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959  
Table 8, page 120

$$\Delta = \frac{\alpha q a^4}{D} = \frac{0.01297 \times 10^{-4} \times 2^4}{0.0000016}$$

$$\Delta = 12.97 \text{ in}$$

Case 3: Simply supported, center point load, 1:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky - Krieger 1959

Equation 147 and Table 23 on page 143

$$\Delta = \frac{\alpha P q^2}{D} = \frac{0.01160 \times 4 \times 10^{-4} \times 2^2}{0.0000016}$$

$$\Delta = 11.60 \text{ in}$$

Case 4: Simply supported, center point load, 5:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky - Krieger 1959

Equation 147 and Table 23 on page 143

$$\Delta = \frac{\alpha P q^2}{D} = \frac{0.01695 \times 4 \times 10^{-4} \times 2^2}{0.0000016}$$

$$\Delta = 16.95 \text{ in}$$

Case 5: Fixed Edges, uniform load, 1:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

Table 35, page 202

$$\Delta = \frac{0.00126 q a^4}{D} = \frac{0.00126 \times 10^{-4} \times 2^4}{0.0000016}$$

$$\Delta = 1.26 \text{ in}$$

Case 6: Fixed edges, uniform load, 5:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

Table 35, page 202

$$\Delta = \frac{0.00260 q a^4}{D} = \frac{0.00260 \times 10^{-4} \times 2^4}{0.0000016}$$

$$\Delta = 2.60 \text{ in}$$



Case 7: Fixed Edges, Center point load, 1:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

Table 37, page 206

$$\Delta = \frac{\alpha P a^2}{D} = \frac{0.00560 \times 4 \times 10^{-4} \times 2^2}{0.0000016}$$

$$\Delta = 5.60 \text{ in}$$

Case 8: Fixed Edges, center point load, 5:1 aspect

Timoshenko and Woinowsky-Krieger 1959

Table 37, page 206

$$\Delta = \frac{\alpha P a^2}{D} = \frac{0.00725 \times 4 \times 10^{-4} \times 2^2}{0.0000016}$$

$$\Delta = 7.25 \text{ in}$$